

自転車用バンドブレーキの鳴きに関する研究〔その2〕

＜自転車の安全性・操縦性の研究＞

明治大学工学部 大矢 多喜雄
大木 隆
政村 辰也
自振協技術研究所 服部 四士主

まえがき

第1報では、自転車用バンドブレーキのライニング摩擦係数測定装置とブレーキ鳴き実験装置の構造の説明を行い、また、主としてライニングの摩擦係数の測定結果について報告した。前報告によれば、一般の自転車のバンドブレーキに用いられている石綿材のライニングの摩擦特性は次のようであった。

(1) 速度特性

従来、ライニングの鳴きについては、摩擦係数が速度とともに低下することに起因する自励現象と考えられていたので、念入りに測定してみたが、明白な傾向は見られなかった。

(2) 温度特性

ライニングに接触するしゅう動面の金属板の温度を変えて測定した結果、温度が100℃以上になると摩擦係数が温度上昇とともに低下するという一般的傾向が見られた。

ただし、レジンモールドライニングについては、少なくとも常温から100℃までは摩擦係数が増し、100～200℃の間ではほぼ一定値を保持することがわかった。

(3) 圧力特性

ライニングの接触圧力を変えても摩擦係数は変化しない。

第2報では、これらの装置を用いて行ったライニング特性の追加測定と、バンドブレーキの鳴き音の発生機構について行った実験的理論的検討結果を述べることにする。

1 バンドブレーキ素材の静特性試験

ライニング試料A（材質については前報参照）についての圧縮試験の結果を図1に示す。厚さ4mmのライニングAを50μm圧縮するのに1mm²当たり0.025kg

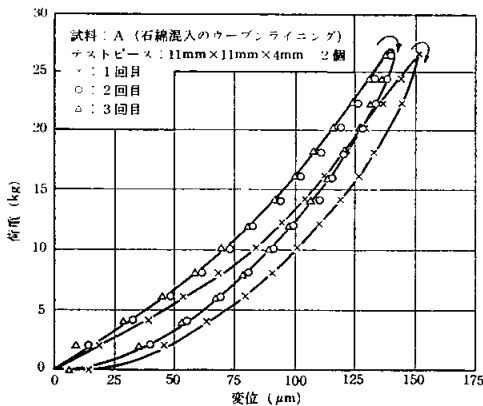


図1 ライニングの圧縮特性

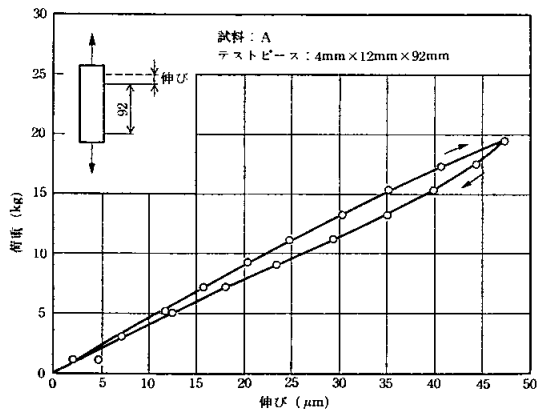


図2 ライニングの引張特性

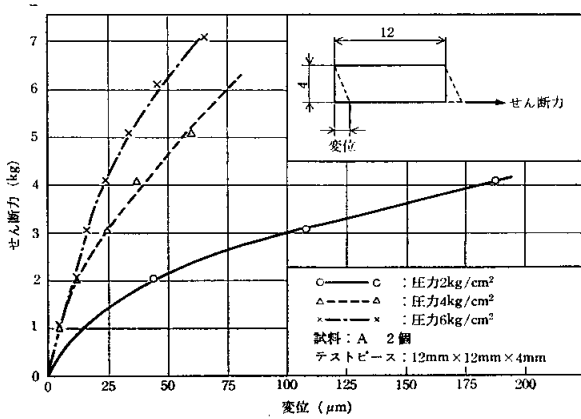


図3 ライニングのせん断力-変位特性

を要することがわかる。また、往路と復路で囲まれた面積は熱損失を示すものであり、図の場合、約 $3.2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ である。また、 $50 \mu\text{m}$ までの平均ばね常数は 1 mm^2 当たり 0.33 kg/m である。図2は厚さ4mm、幅12mm、長さ92mmのライニングAの引張特性を示したもので、図1の圧縮特性に比べてヒステリシス損失が小さい。図3はライニングのせん断特性を示すもので、接触圧力に比例してせん断力が大きくなることからわかる。図4はバンドがカバーに取り付けられているピン部のばね特性で、バンドに張力を加えてその方向に対する変位を測定したものである。これによれば、ピン部のばね常数は約 $1.9 \times 10^7 \text{ kg/m}$ である。

2 ブレーキバンド、カバー、ドラムの振動特性

従来、ブレーキ鳴きの発生場所としてブレーキバンド、カバー、ドラムの3箇所が考えられてきた。とくに、ドラムは一般に鉄製であって、たたくと減衰の少ない高音を発生することから、ブレーキ鳴き音にも大きく関係するものと考えられていた。写真1(a)、(b)はそれぞれ木片でドラムおよびカバーをたたいたときの音の波形である。ドラム音は比較的きれいな波形、カバー音は高調波、低周波が混じった波形であるが、いずれも $5 \sim 6 \text{ kHz}$ の波が優勢である。

次に、中心を支持したドラムの外周に電磁石を近づけて、周波数を $0.5 \sim 2.8 \text{ kHz}$ の範囲で変化させたところ、図5のようなモードの振動が発生した。すなわち、第1モード 1.1 kHz 、第2モード 2.6 kHz であった。

バンドの振動は縦振動と横振動とが考えられるが、真直はりとしてこれらの振動数を計算してみると、縦振動の場合、一次の固有振動数 ν_1 は¹³⁾

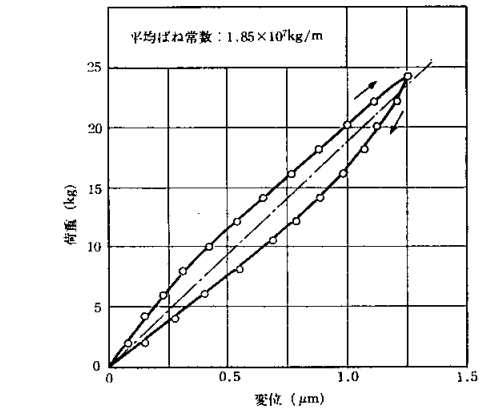
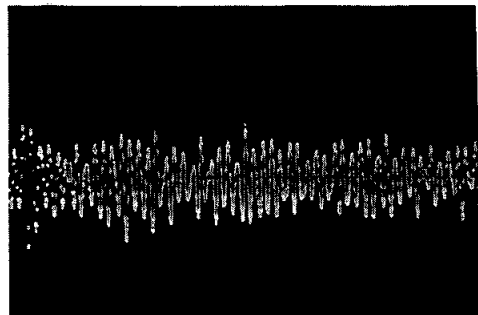
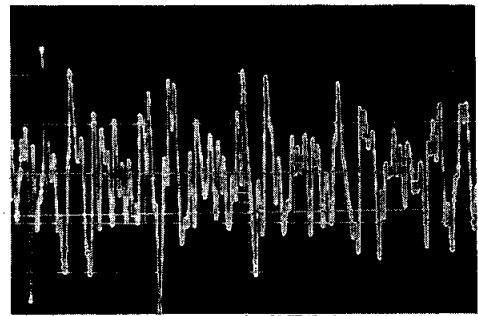


図4 バンド固定ピン部の荷重-変位特性



(a) ドラムをたたいたときの音の波形



(b) カバーをたたいたときの音の波形

写真1 打音の波形

$$\nu_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{E/\rho}$$

ここに、 l : バンド長さ

E : 縦弾性係数

ρ : 密度

で表わされ、 $E = 2.1 \times 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$ 、 $\rho = 800 \text{ kg} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-4}$ 、 $l = 0.3 \text{ m}$ として計算すると、

$$\nu_1 = 8.6 \text{ kHz}$$

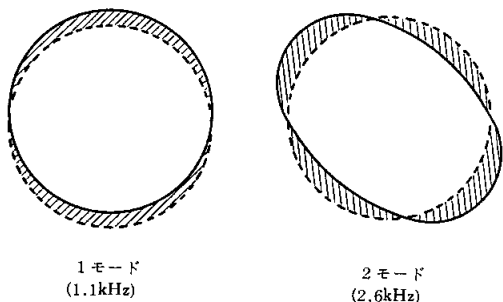


図5 ドラムの固有振動数

となる。これはかなり高い振動数であって、実際に発生する4kHzくらいの振動数は起こりえないことになり、縦振動ではないことが予想される。

横振動として計算すると次のようになる。両端自由支持として²⁾,

$$\nu_i = \frac{ai^2\pi}{2l^2} \left(1 + \frac{Sl^2}{i^2EJ\pi^2} \right)^{1/2}$$

ここに、 $a^2 = EJ/\rho A$

i : 次数

で表わされ、断面二次モーメント $J = 1.73 \times 10^{-12} \text{m}^4$, 張力 $S = 50 \text{kg}$, 断面積 $A = 14.4 \times 10^{-6} \text{m}^2$ として計算すると、8次は、

$$\nu_8 = 2.2 \text{kHz}, \text{ 波長 } \lambda_8 = 76 \text{mm}$$

となり、かなり高次の振動の場合に実際の鳴き音程度の振動数が可能である。

3 鳴き音発生時の各部の振動と振動源の推定

バンド、カバー、ドラム（内面）に円周方向にひずみゲージをはりつけ（前報参照）、鳴き音発生中の振動を測定したオシログラムを写真2に示す。これらはすべて1枚ゲージのため、張力と曲げの両方によるひずみが

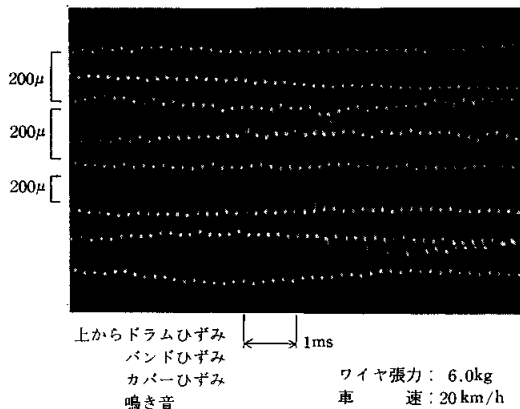


写真2 鳴き音発生時の各部ひずみのオシログラム

含まれているが、すべてが同じように振動していることがわかる。音は測定距離（約0.5m）と振動数から計算すると、音の発生源より約7サイクルほど遅れているはずである。

次に、非接触型変位計でバンド、ドラムの半径方向

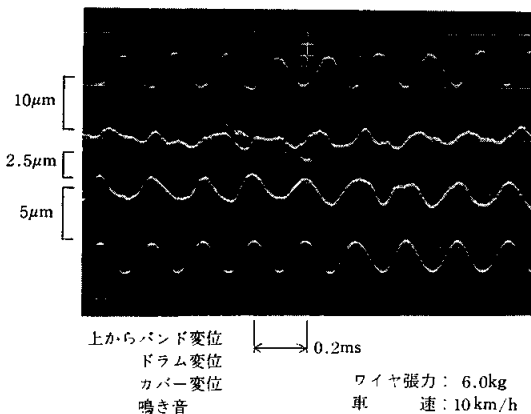
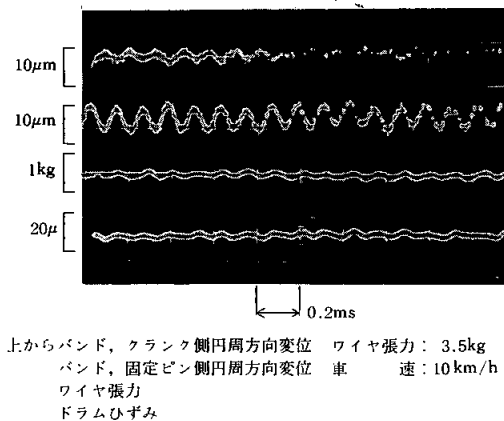
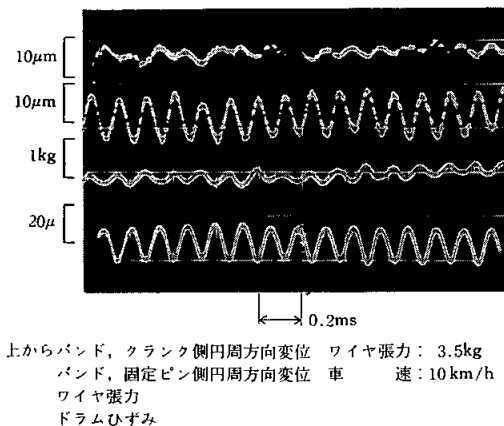


写真3 鳴き発生時の各部変位のオシログラム



(a) 鳴き発生初期



(b) 鳴きが十分発達したとき

写真4 鳴き発生時のバンド円周方向変位のオシログラム

と、バンド固定ピン近くの面に垂直方向のカバーの振幅を測定したのが写真3である。この図からバンドの振幅が最も大きいことがわかる。

写真4(a), (b)は、鳴き音発生中のバンド円周方向変位(クランク側, 固定ピン側)とワイヤ張力, ドラムひずみを測定したときのオシログラムである。写真4(a)は鳴き音発生初期のもので、固定ピン側のバンドだけが振動しているのがわかる。(b)は振動が十分に発達したときのもので、ドラムも振動している。また、固定ピン側の円周方向変位とクランク側の変位とが位相がずれており、これはバンドが一質量として円周方向に振動しているのではないことを意味している。

次に、鳴き音のいろいろのオシログラムを示す。写真5は普通の鉄製ドラムを使用したときの鳴き音の三例で、写真6はゴム充てん鉄製ドラム使用、写真7はレジンモールド製ドラム使用時の鳴き音であり、振動数などもあまり変化しない。

このように、鳴き音が発生しはじめたときに、バンドの一部で振動が起こっているのにドラム振動が微弱であること、ドラムの材質をレジンモールドにしても同様な鳴き音が発生することなどのほかに、カバーの剛性を弱めても振動数は変化しないこと、また、振動中にドラムあるいはカバーに強く触れても鳴き音が止まらないにもかかわらず、バンドの特定部に触れると鳴き音がびたりと止まることなどから、鳴き音の発生源はバンドであると思われる。触れると鳴きが止まる特定部というのは一定の場所とは限らないのであるが、これは鳴き音がバン

ドの不特定の一部から発生していることを意味しているのであろう。

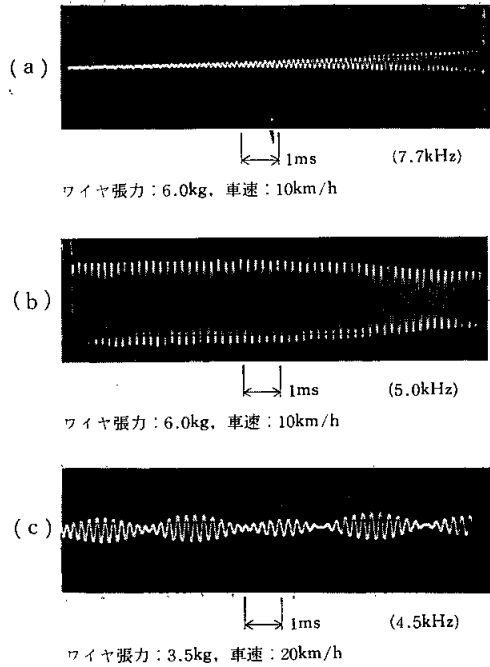


写真6 ゴム充てんドラム使用時の鳴き音のオシログラム

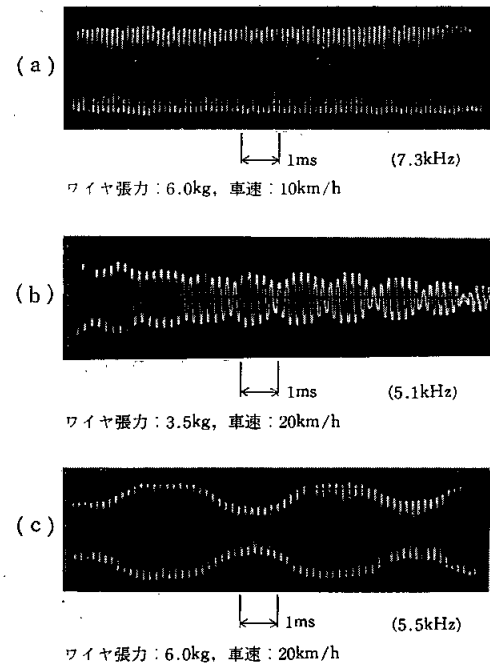


写真7 レジンモールド製ドラム使用時の鳴き音のオシログラム

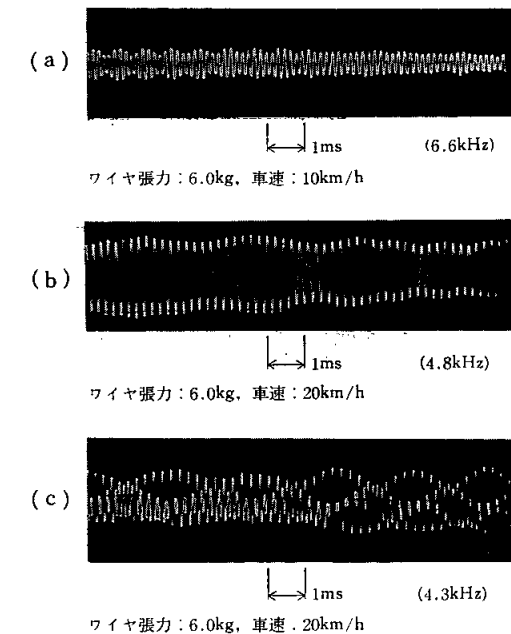


写真5 一般自転車用ドラム使用時の鳴き音のオシログラム

4 バンドの振動測定

普通のバンド（バンドAと称する。）の半径方向の変位振動を、図6のような測定位置について測定したオッシュログラムを写真8(a), (b)に示す。3点と鳴き音の位相が異なり、そして同条件の(a)と(b)の間でも位相に差異が見

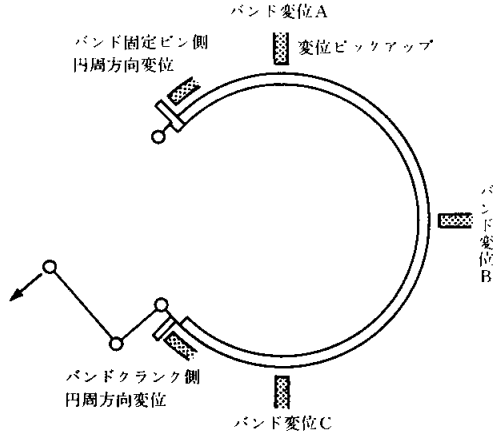
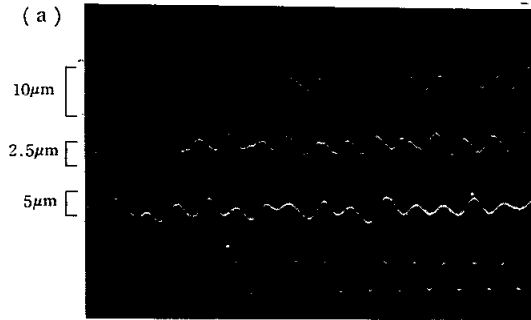
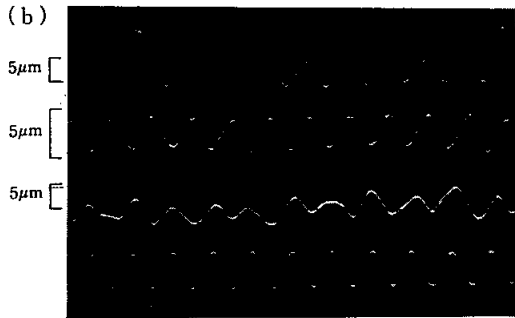


図6 バンドAの変位測定位置（その1）



上からバンド変位A部
" " B部
" " C部
鳴き音
ワイヤ張力：3.5kg
車 速：20 km/h



上からバンド変位A部
" " B部
" " C部
鳴き音
ワイヤ張力：6.0kg
車 速：20 km/h

写真8 バンドA各部変位のオッシュログラム（測定間隔大）

られることから、単純な定常振動ではないことがわかる。さらに測定間隔を図7のように18mmと小さくして変位振動を測定したのが写真9(a), (b), (c), (d)である。この場合も相隣る測定点の位相が一致せず、また、鳴き音の波形との位相関係も一定ではない。このようなことから、振動は不特定点に発生する複雑な振動であると推定される。

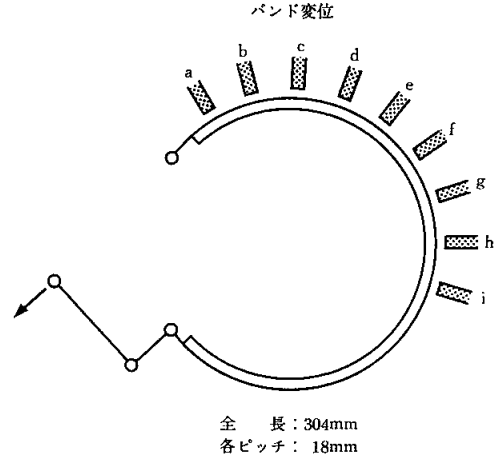
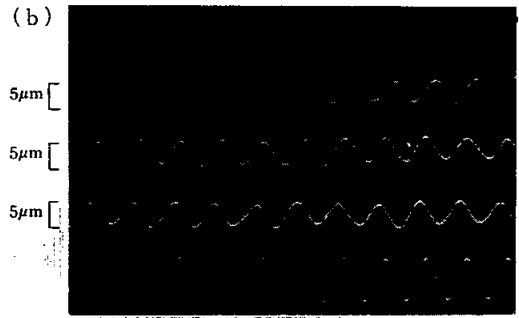


図7 バンドAの変位測定位置（その2）



上からバンド変位a部
" " b部
" " c部
鳴き音
ワイヤ張力：3.5kg
車 速：10 km/h



上からバンド変位c部
" " d部
" " e部
鳴き音
ワイヤ張力：3.5kg
車 速：10 km/h

写真9(1) バンド各部変位のオッシュログラム（測定間隔18mm）

そこで、図8のように普通バンドの約半分の長さに縮めたバンドに、ピッチ10mmでひずみゲージをはりつけて実験を行ってみた。このバンドをバンドBとする。このオシログラムを写真10(a), (b), (c)に示す。この波形は張力のみでなく曲げモーメントも含まれているのであるが、10mm隔たった近接点でも第二高調波の有無などの大きな相違が起こっている場合がある。また、これらのリサージュ波形を写真11(a), (b), (c)に示す。いずれも

一義的な単純な様相を示してはいない。このような事実から、振動はかなり局部的に起こっていて、このような振動源が数多くあると思われる。

このことから、振動源を1個所に限定すれば、定常波ができ、鳴きの原因を調べやすくなると思われる。そこで、図9のようなバンドCを取り付けて、ワイヤ張力、バンド変位(半径方向、a, b, c部)、ドラムひずみ、鳴き音(マイクロホンは変位測定点から30mm離れたと

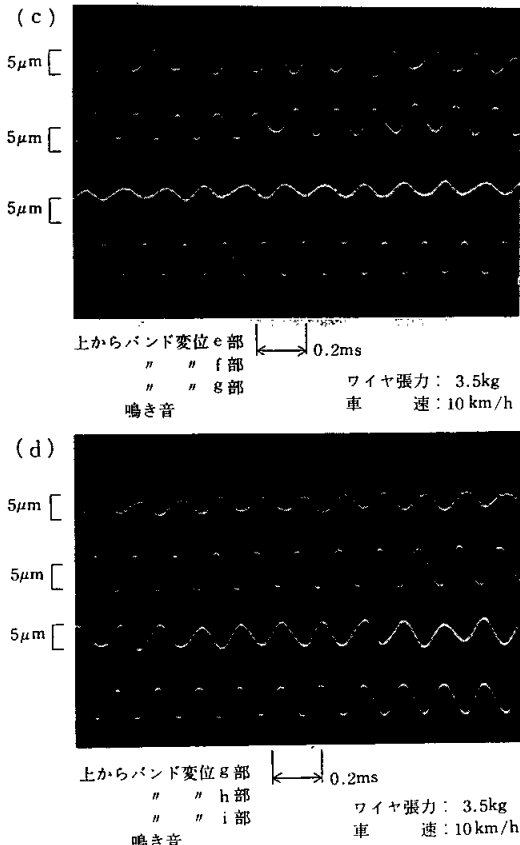


写真9(2) バンドA各部変位のオシログラム(測定間隔18mm)

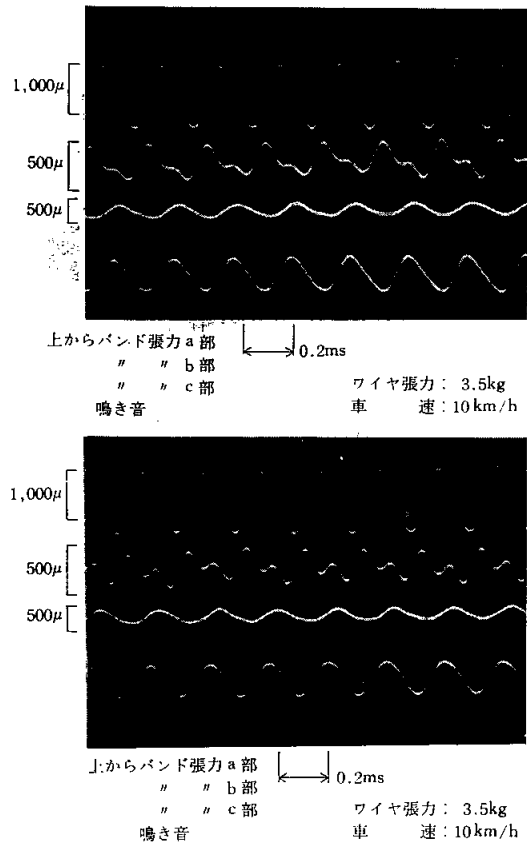
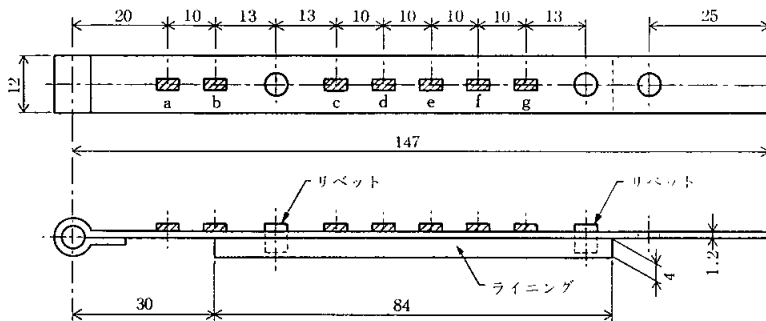
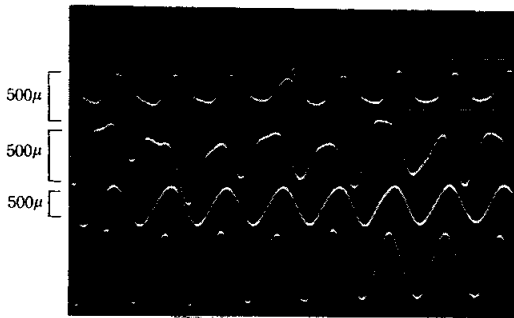


写真10(a) バンドBの各部張力のオシログラム

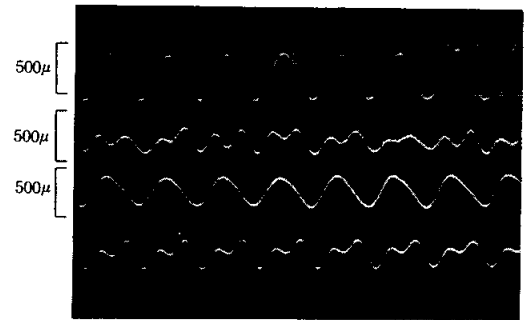


☒ : ひずみゲージ

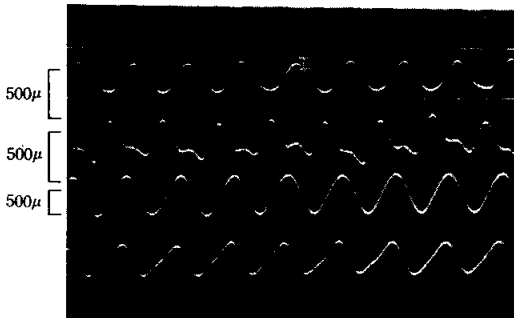
図8 バンドBの寸法、ひずみゲージはりつけ位置



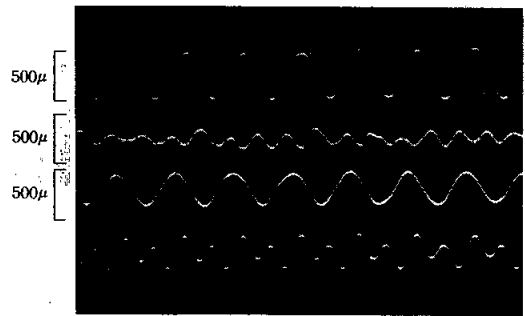
上からバンド張力 c 部
 " " d 部
 " " e 部
 鳴き音
 ワイヤ張力: 3.5kg
 車 速: 10km/h



上からバンド張力 e 部
 " " f 部
 " " g 部
 鳴き音
 ワイヤ張力: 3.5kg
 車 速: 10km/h



上からバンド張力 c 部
 " " d 部
 " " e 部
 鳴き音
 ワイヤ張力: 3.5kg
 車 速: 10km/h



上からバンド張力 e 部
 " " f 部
 " " g 部
 鳴き音
 ワイヤ張力: 3.5kg
 車 速: 10km/h

写真10(b) バンドBの各部張力のオシログラム

写真10(c) バンドBの各部張力のオシログラム

ころにセット)を調べたのが写真12(a), (b), (c)である。(b)はライニング小片の真上であり、このバンド変位は a, c 部とは異なって波形がひずみ、振幅も小さい。また、a, c 部の変位波形はワイヤ張力を基準にしてみれば明らかに180°位相が異なっていて、振幅はいずれも大きくきれいな波形である。これらから、b部を節として、a, c部を腹とする定常振動が発生していることがわかる。ドラム波形はワイヤ張力、バンド変位、鳴き音と相関はあるが、波形のひずみが著しい。

次に、バンドCとはほぼ同様ではあるが、厚さがやや薄いバンド(図10:バンドD)をわん曲させずに取り付けて実験してみたのが写真13(a), (b)であり、ライニング厚さ $h=11\text{mm}$ 、長さ $l=5\text{mm}$ の場合である。ライニングが厚すぎたせいか、各波形がひずみがちであるが、鳴き音は同じように発生している。

5 ブレーキ鳴きの理論

一般にブレーキ鳴きについては、次の三つの理論が考えられている^{4)~7)}。

- 1) 摩擦係数のしゅう動面速度に対する負傾斜による

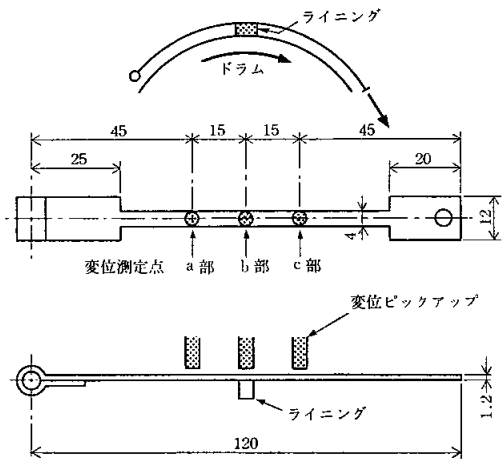
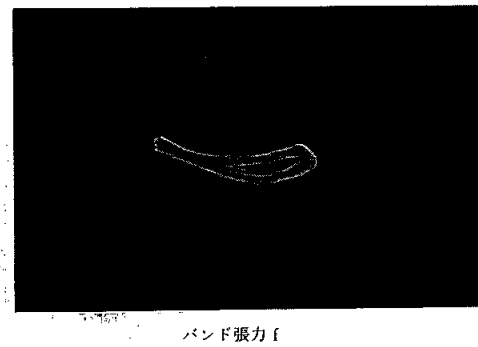
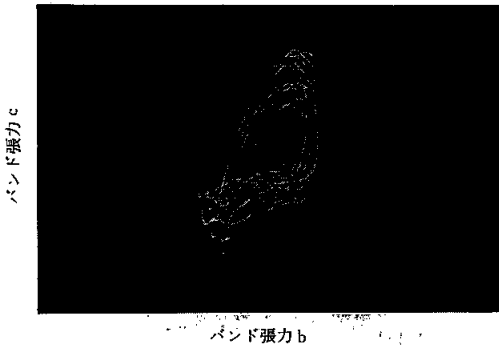
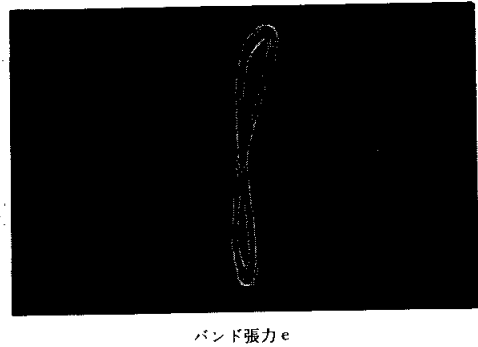
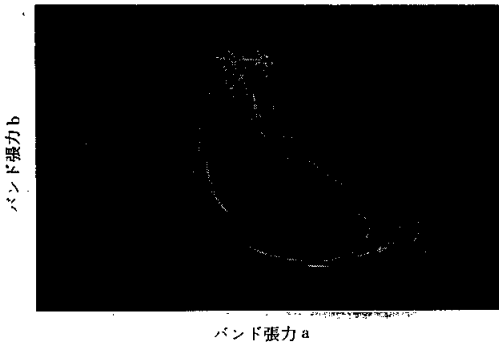


図9 バンドCの寸法、変位測定位置

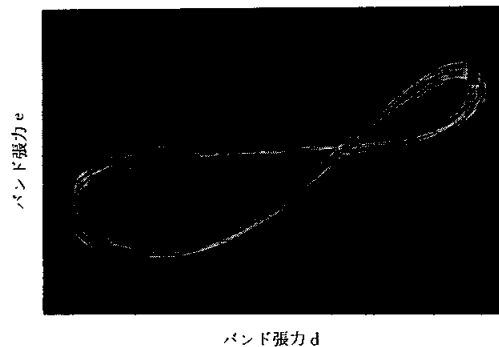
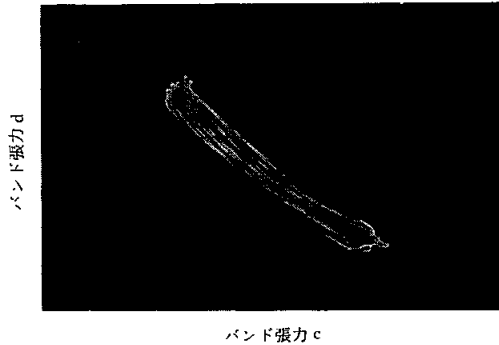
摩擦振動 [図11(a)]

- 2) ライニングのせん断振動 [図11(b)]
 - 3) チョークと黒板の間のびびり振動と同じ振動 [図11(c)]
- 2) は基本的には1)と同様な現象である。自転車用バンドブレーキのライニングの摩擦係数の特性については



ワイヤ張力：3.5kg
車速：10 km/h
写真11(a) バンドBの各部張力のリサージュ図形

ワイヤ張力：3.5kg
車速：10 km/h
写真11(c) バンドBの各部張力のリサージュ図形



ワイヤ張力：3.5kg
車速：10 km/h
写真11(b) バンドBの各部張力のリサージュ図形

前報でも詳しく調べたが、このような摩擦係数の速度特性は見当たらず、1), 2)のような振動は考えにくい。

3)については、実際に回転するドラムに、ある角度をなしてライニングの小片を図12のように押し付けて実験したところ、高い鳴き音が発生した。このとき、鳴きの発生しやすい押付け角度が存在(60~80°)し、押付け力やライニング長さにより音の振動数は変化する。鳴きの発生しているとき、ドラムに木片を触れさせると、音

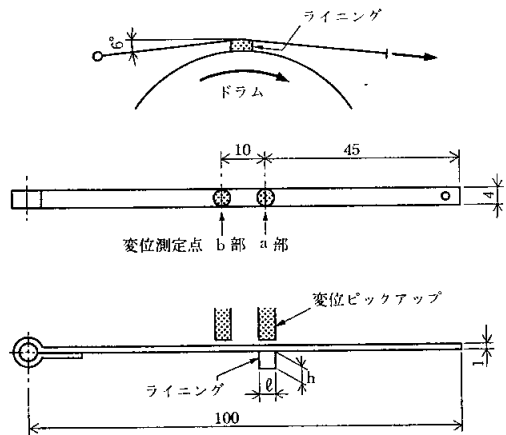
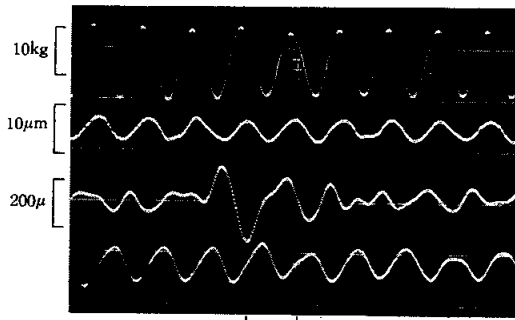
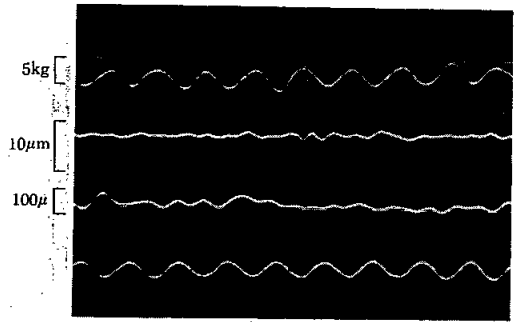


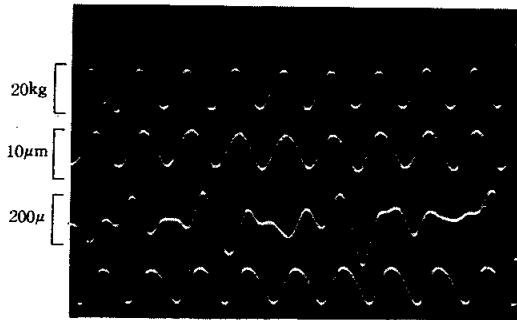
図10 バンドDの寸法、変位測定位置
(DはCとバンド取付状態が異なる)



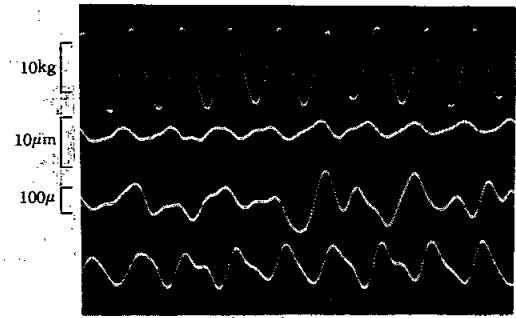
上からワイヤ張力
バンド変位
ドラムひずみ
鳴き音
ワイヤ張力：3.5kg
車 速：10 km/h



上からワイヤ張力
バンド変位
ドラムひずみ
鳴き音
ワイヤ張力：3.5kg
車 速：10 km/h



上からワイヤ張力
バンド変位
ドラムひずみ
鳴き音
ワイヤ張力：6.0kg
車 速：10 km/h



上からワイヤ張力
バンド変位
ドラムひずみ
鳴き音
ワイヤ張力：6.0kg
車 速：10 km/h

写真12(a) バンドCの変位測定点a部のオシログラム

写真12(b) バンドCの変位測定点b部のオシログラム

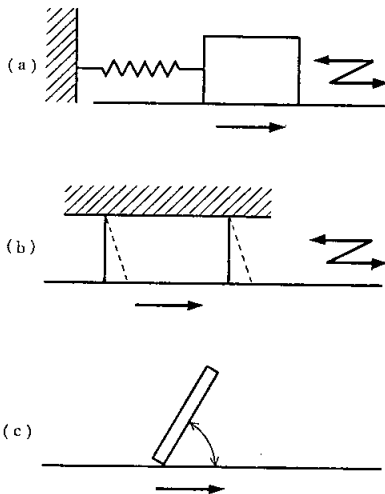


図11 振動モデル

が消滅する個所と変化しない個所があり、ドラムの固有振動数で振動していることがわかる(図12)。ドラムの振動波形は非常にきれいな正弦波であるのに対し、ライニングを保持している部分は振動していない。また、レジンモールド製ドラムの場合には鳴きは発生しない。しか

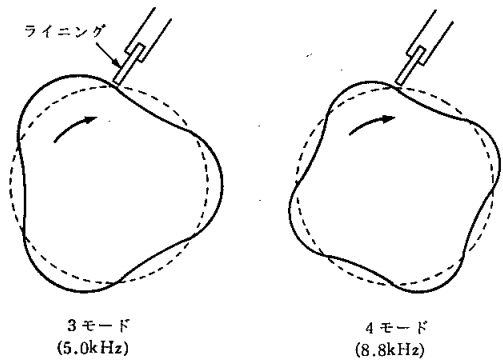


図12 回転するドラムにライニングを押し付けたときの振動

し、ブレーキの鳴きではドラムではなく、バンドが振動しているのであるから、ブレーキ鳴きは3)のような振動ではない。そこで、次のような振動模型を考え、解析を行ってみる。

まず、バンドDのように1個のライニングの小片がついている場合を考える(図13)。平衡状態から外乱により摩擦力がfだけ増加したとする。このとき、ライニングは図13のようにO点まわりに回転し、ライニングの1

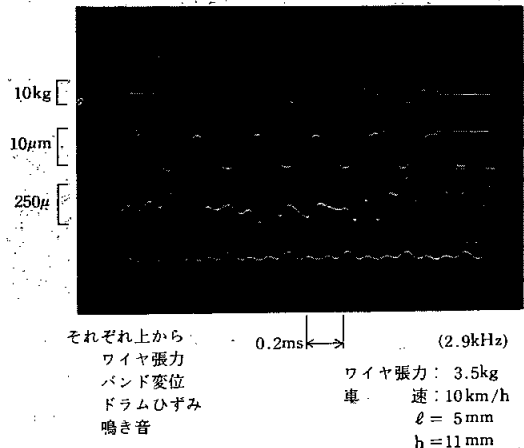
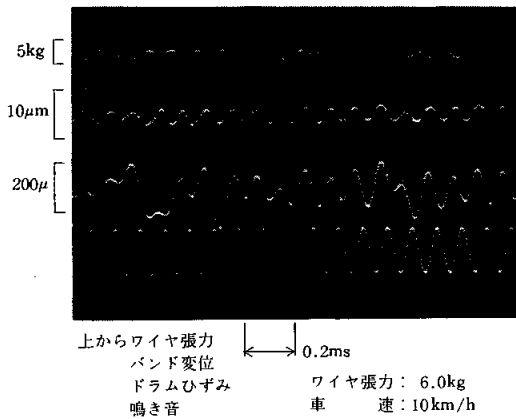
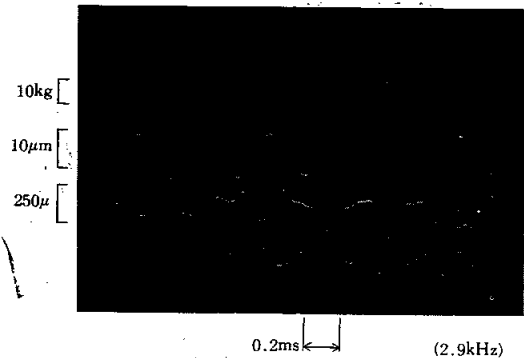
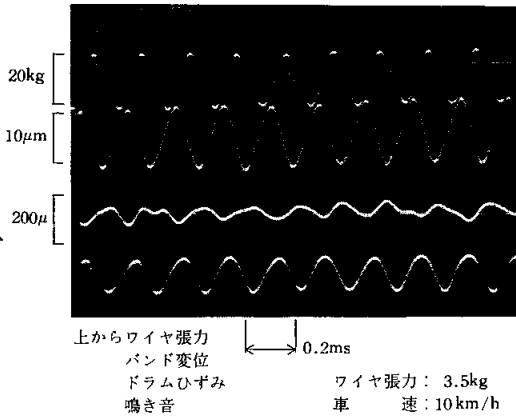


写真12(c) バンドCの変位測定点c部のオシログラム

写真13(a) バンドCの変位測定点a部のオシログラム

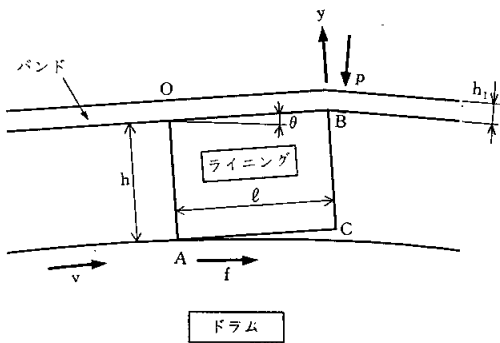


図13 新しい振動モデル

点(点A)だけでドラムに接触し、この点の温度が上昇し、摩擦力が低下する。その結果、元の位置に戻るような運動が起こり、これを繰り返すようなモデルを考える。

- I : 金帯のO点まわりの等価慣性モーメント
- y : B点のつりあい点からのバンド上方変位
- p : つりあい点からの押付け力の増加分
- f : つりあい点からの摩擦力の増加分
- θ : ライニング小片のO点まわりの回転角
- μ : 摩擦係数
- v : ドラムのしゅう動面速度

- η : θ に比例する粘性減衰係数
- W : A点での温度
- h : ライニングの高さ
- h₁ : 金帯の厚さ
- ℓ : ライニングの小片の長さ
- C₁ : 温度上昇による摩擦減少分の比例常数
- C₂ : 仕事による小片の温度上昇の比例常数
- k : B点のy方向のばね常数

とすると、O点まわりの運動方程式は、

$$I\ddot{\theta} = fh - p(\ell - h\theta) - \eta\dot{\theta} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\Rightarrow fh - \ell p - \eta\dot{\theta}$$

また、

$$y = \ell\theta \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$p = ky \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$f = \mu p - C_1 W \quad \dots\dots\dots(4)$$

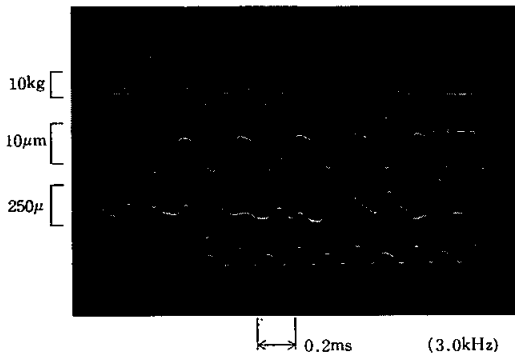
$$W = C_2 \int f v dt \quad \dots\dots\dots(5)$$

式(4), (5)より

$$\dot{f} = \mu\dot{p} - C_1 C_2 f v \quad \dots\dots\dots(6)$$

式(1), (2), (3), (6)から θ, p, f を消去すると、

$$\ddot{y} + \frac{1}{I}(\eta + C_1 C_2 v)y + \frac{1}{I}(k\ell^2 + C_1 C_2 v\eta - \mu h k \ell)\dot{y} + \frac{1}{I}C_1 C_2 v k \ell^2 y = 0 \quad \dots\dots(7)$$



それぞれ上から
 ワイヤ張力
 バンド変位
 ドラムひずみ
 鳴き音

ワイヤ張力: 3.5kg
 車速: 10 km/h
 $\ell = 5$ mm
 $h = 11$ mm

写真13(b) バンドDの変位測定点b部のオシログラム

ここで、 $y = y_0 e^{st}$ とおくと特性方程式は、

$$S^3 + A_2 S^2 + A_1 S + A_0 = 0$$

ここに、

$$A_2 = \frac{1}{I} (\eta + C_1 C_2 v I)$$

$$A_1 = \frac{1}{I} (k \ell^2 + C_1 C_2 v \eta - \mu h k \ell)$$

$$A_0 = \frac{1}{I} C_1 C_2 v k \ell^2$$

.....(8)

Hurwitz の安定判別によれば、安定条件は、

$$A_2, A_1, A_0 > 0$$

$$A_1, A_2 > A_0$$

したがって、

$$C_1 > 0 \text{(9)}$$

$$k \ell^2 + C_1 C_2 v \eta - \mu h k \ell > 0 \text{(10)}$$

$$(\eta + C_1 C_2 v I)(k \ell^2 + C_1 C_2 v \eta - \mu h k \ell) - C_1 C_2 v k \ell^2 I > 0 \text{(11)}$$

$C_1 > 0$ のときは、式(11)は、

$$k \ell^2 + C_1 C_2 v \eta - \mu h k \ell > \frac{C_1 C_2 v k \ell^2 I}{\eta + C_1 C_2 v I}$$

となり、式(10)を包含するから、

$$C_1 > 0$$

$$k \ell^2 + C_1 C_2 v \eta - \mu h k \ell > \frac{C_1 C_2 v k \ell^2 I}{\eta + C_1 C_2 v I} \text{(12)}$$

が安定条件であり、 C_1, C_2, η, v の大きい方が、また、 μ, h, k の小さい方が安定であることがわかる。

ここで各係数の概算を試みる。いま、ライニングの長さ $\ell = 5$ mm として、ライニングの厚さが二とおり、すなわち、 $h = 11$ mm と $h = 2$ mm の場合について調べてみる。

I : バンドの金帯のみを考え、等価長をかりに 2ℓ とすると、

$$I = \int_0^{2\ell} \frac{\gamma}{g} h_1 b x^2 dx = \frac{8 \gamma h_1 b \ell^3}{3 g}$$

これに、

$$\gamma = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, h_1 = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}, b = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

を代入すると、

$$I = 1.1 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

となる。

k : 静的状態で摩擦力 f を加え、そのときの y の変化を測定した。 $f = 1$ kg のとき、 $h = 11$ mm では $y = 24 \mu\text{m}$ 、 $h = 2$ mm では $y = 10 \mu\text{m}$ であった。 $\mu = 0.5$ とすると押付け力の増加分 p は $f/\mu = 2$ kg となる。したがって、

$$h = 11 \text{ mm では } k = p/y = 8.4 \times 10^4 \text{ kg/m}$$

$$h = 2 \text{ mm では } k = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/m}$$

$$C_1 : \frac{d\mu}{dW} = q \text{ とすると、}$$

$$p(\mu \cdot q W) = \mu p - C_1 W \text{ から}$$

$$C_1 = pq$$

前報の摩擦係数の温度特性から $q = 1.6 \times 10^{-3} / ^\circ\text{C}$ とする。また、写真13から変位振幅を $5 \mu\text{m}$ とすると、 $h = 11$ mm のとき、 $f = 0.2$ kg、したがって、 $p = 0.4$ kg となる。(hの大小に関せず、 $p = \text{一定}$ とする。)ゆえに、 $C_1 = 6.4 \times 10^{-4} \text{ kg}/^\circ\text{C}$ となる。

C_2 : ゴムの比熱を $0.37 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ として全摩擦仕事の半分の熱量がライニングのA点の部分の体積 $0.1 \text{ mm} \times 0.1 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ に入ったとし、ライニングの比重量を $1.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とすると、 $1 \text{ kcal} = 427 \text{ kg} \cdot \text{m}$ であるから、温度上昇の常数 C_2 は、

$$C_2 = \frac{1}{427 \times 0.37 \times 0.1 \times 0.1 \times 4 \times 10^{-9} \times 1.5 \times 10^3 \times 2} = 5.3 \times 10^4 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{kg} \cdot \text{m}$$

η : ライニングの内部摩擦によって1サイクル中に失われるエネルギーは、

$$2 \pi^2 \eta \left(\frac{y_0}{\ell} \right)^2 v$$

y_0 : 振幅
 ν : 振動数

図1のヒステリシス曲線は、テストピース長さ11mm、幅11mm、厚さ4mm2個を140 μ m圧縮したときのものであるが、このときのエネルギー損失は約 3.2×10^{-4} kg \cdot mであった。これを、厚さ $h=11$ mm、長さ $\ell=5$ mm、幅 $b=4$ mm、圧縮量10 μ m(振幅は5 μ m)に適用してみる。エネルギー損失が圧縮量の2乗に比例し、面積に比例し、厚さに反比例するとして計算する。(ただし、 $\nu=3$ kHz)

$$3.2 \times 10^{-4} \times \left(\frac{10}{140}\right)^2 \times \frac{5 \times 4}{11 \times 11 \times 2} \times \frac{4}{11} = 4.9 \times 10^{-8}$$

一方,

$$2\pi^2 \eta \left(\frac{y_0}{\ell}\right)^2 \nu = 2\pi^2 \eta \left(\frac{5 \times 10^{-3}}{5}\right)^2 \times 3 \times 10^3 = 6 \times 10^{-2} \eta$$

この両者が等しいとおくと次のようになる。すなわち、 $\eta=8 \times 10^{-7}$ kg \cdot m \cdot s

厚さ $h=2$ mmの場合は圧縮量を4 μ m(振幅は2 μ m)とする。 η は上と同じようにして求めると $\eta=4.5 \times 10^{-6}$ kg \cdot m \cdot sとなる。

ここで、温度上昇について触れておく。厚さ11mmのとき、振動変位5 μ m、摩擦力変動分 $f=0.2$ kg、速度0.14m/sとすると、摩擦仕事量は $0.2 \times 0.14 = 0.028$ kg \cdot mであるから、1秒間の温度上昇は $C_2 f v = 5.3 \times 10^4 \times 0.028 = 1.5 \times 10^3$ $^{\circ}$ C、したがって1msに1.5 $^{\circ}$ Cの上昇となる。厚さ2mmのときも摩擦力が変わらないとすると温度上昇は同じである。このように考えると摩擦面はかなり高温となると思われる。

これらを一覧表にまとめると次表のようになる。

条件 : $v=0.14$ m/s, $p=0.4$ kg, $f=0.2$ kg,
 $\mu=0.5$, $\ell=5 \times 10^{-3}$ m, $h_1=1.0 \times 10^{-3}$ m
 $b=4 \times 10^{-3}$ m

		$h=11 \times 10^{-3}$ m	$h=2 \times 10^{-3}$ m
I	kg \cdot m \cdot s 2	1.1×10^{-9}	1.1×10^{-9}
k	kg/m	8.4×10^4	2.1×10^5
C_1	kg/ $^{\circ}$ C	6.4×10^{-4}	6.4×10^{-4}
C_2	$^{\circ}$ C/kg \cdot m	5.3×10^4	5.3×10^4
η	kg \cdot m \cdot s	8×10^{-7}	4.5×10^{-6}
$k\ell^2$	kg \cdot m	2.1	5.2
$C_1 C_2 v$	s $^{-1}$	4.8	4.8
$C_1 C_2 v \eta$	kg \cdot m	3.8×10^{-6}	2.2×10^{-5}
$\mu h k \ell$	kg \cdot m	2.3	1.05
$C_1 C_2 v I$	kg \cdot m \cdot s	5.3×10^{-9}	5.3×10^{-9}
$C_1 C_2 v k \ell^2 I$	kg $^2 \cdot$ m $^2 \cdot$ s	1.1×10^{-8}	2.7×10^{-8}

これらの値を式(2)に代入してみると、

$h=11$ mmのときは、

$$\begin{aligned} \text{左辺} &= k\ell^2 + C_1 C_2 v \eta - \mu h k \ell \\ &= 2.1 + 3.8 \times 10^{-6} - 2.3 = -0.2 \end{aligned}$$

$$\text{右辺} = \frac{C_1 C_2 v k \ell^2 I}{\eta + C_1 C_2 v I} = \frac{1.1 \times 10^{-9}}{8 \times 10^{-7} + 5.3 \times 10^{-9}} = 10^{-2}$$

したがって式(2)を満足せず、不安定となる。

$h=2$ mmのときは、

$$\text{左辺} = 5.2 + 2.2 \times 10^{-5} - 1.05 = 4.1$$

$$\text{右辺} = \frac{2.7 \times 10^{-8}}{4.5 \times 10^{-6} + 5.3 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^{-3}$$

式(2)を満足させ、安定となる。実際に試みても、 $h=11$ mmの場合は写真13のように鳴きが発生するが、 $h=2$ mmの場合は鳴きが発生しない。

また、前表のような条件値のときは、式(2)は $C_1 C_2 v \eta$ と $C_1 C_2 v I$ が小さいので、次のように簡略化される。

$$\ell - \mu h > \frac{C_1 C_2 v \ell I}{\eta} \dots\dots\dots (2')$$

ここで、写真13のオシログラムを参考にして、振幅 $y=2.5$ μ m、振動数 $\nu=3$ kHzを式(1)に代入して、各項の大きさを調べてみよう。($h=11$ mmのとき)

$$p = ky = 8.4 \times 10^4 \times 2.5 \times 10^{-6} = 2.1 \times 10^{-1} \text{ kg}$$

$$f = \mu p = 0.5 \times 4.2 \times 10^{-1} = 2.1 \times 10^{-1} \text{ kg}$$

$$\theta = y/\ell = 2.5 \times 10^{-6} / (5 \times 10^{-3}) = 5 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\dot{\theta} = \omega \theta = 2\pi \nu \theta = \pi \times 3 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-4} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\theta} = (2\pi \nu)^2 \theta = 1.8 \times 10^5 \text{ rad/s}^2$$

$$I \ddot{\theta} = 1.1 \times 10^{-9} \times 1.8 \times 10^5 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$f h = 2.1 \times 10^{-1} \times 11 \times 10^{-3} = 2.3 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$\ell p = 5 \times 10^{-3} \times 4.2 \times 10^{-1} = 2.1 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$\eta \dot{\theta} = 8 \times 10^{-7} \times 19 = 8 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$\text{式(1)の左辺} = I \ddot{\theta} = 2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$\begin{aligned} \text{右辺} &= f h - \ell p - \eta \dot{\theta} = 2.3 \times 10^{-3} - 2.1 \times 10^{-3} - 8 \\ &\quad \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

となり、式(1)は成立する。減衰項 $\eta \dot{\theta}$ は無視できる大きさであり、また、慣性項は摩擦力 $f h$ やばね力 ℓp に比較して小さいが無視できない大きさであり、バンドの変位波形が比較的正弦波に近いことを裏付けている。

実際のバンドにおいてはライニングの長さは非常に長いのであるが、ドラムとの接触圧力が全長にわたって一

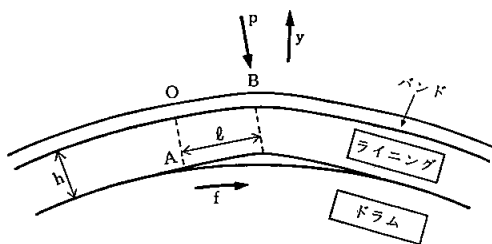


図14 ブレーキバンドの振動発生機構

様であるとは考えられない。そこで、図14のようにドラムとライニングの接触面上の1点Aに着目する。摩擦係数が小さいときは圧縮力は垂直方向であるが、摩擦係数が大きくなるとAB方向となる。いまA点で摩擦力が急増したとすると、圧縮力と摩擦力の合力の着点Bが持ち上げられようとするので、前述の小片のライニングと同じ振動の発生が可能が出てくる。この場合には隣接するライニングによる影響が考えられるが、本質的な変化はないものと思われる。

このとき、 $OB=l$ とすれば、

$$l/h = \mu$$

の関係があるから、この l を前述の各式に代入すればよいことになる。したがって、運動方程式(7)は次のようになる。

$$\ddot{y} + \frac{1}{I}(\eta + C_1 C_2 v I) \dot{y} + \frac{C_1 C_2 v \eta}{I} \dot{y} + \frac{C_1 C_2 \mu^2 v k h^2}{I} y = 0 \dots\dots\dots (13)$$

安定判別式は、

$$\left. \begin{aligned} C_1 > 0 \\ 1 > \frac{\mu^2 k h^2 I}{\eta(\eta + C_1 C_2 v I)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

これに普通のバンドブレーキの数値例をあてはめてみよう。いま、 $v=0.14\text{m/s}$ 、 $h=4\text{mm}$ 、 h_1 (バンドの厚さ) $=1.2\text{mm}$ 、 b (幅) $=12\text{mm}$ とする。等価慣性モーメント I は、

$$I = \frac{8\gamma h_1 b (\mu h)^3}{3g}$$

であるから、 $\mu=0.5$ として、

$$I = \frac{8 \times 7.8 \times 10^3 \times 1.2 \times 10^{-3} \times 1.2 \times 10^{-2}}{(0.5 \times 4 \times 10^{-3})^3} \cdot 3 \times 9.8 = 2.4 \times 10^{-10} \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

ばね常数は前述の $h=11\text{mm}$ と 2mm の実測例から $k \propto bh^{-0.5}$ とすると、 $h=4\text{mm}$ 、 $b=12\text{mm}$ の k は、 $k=4.5 \times 10^5 \text{kg/m}$ となる。

η は b/h に比例するとして、

$$\eta = 7 \times 10^{-6} \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

C_1 は $b=4\text{mm}$ 、 $f=0.2\text{kg}$ のとき $6.4 \times 10^{-4} \text{kg}/\text{C}$ であるから、

$$C_1 = 6.4 \times 10^{-4} \times \frac{12}{4} = 1.9 \times 10^{-3} \text{kg}/\text{C}$$

C_2 は $b=4\text{mm}$ のとき $5.3 \times 10^4 \text{C}/\text{kg} \cdot \text{m}$ であるから、

$$C_2 = 5.3 \times 10^4 \times \frac{4}{12} = 1.8 \times 10^4 \text{C}/\text{kg} \cdot \text{m}$$

これらを式(14)に代入すると、

$$C_1 = 1.9 \times 10^{-3} \text{kg}/\text{C} > 0$$

$$\frac{\mu^2 k h^2 I}{\eta(\eta + C_1 C_2 v I)}$$

$$= \frac{0.5^2 \times 4.5 \times 10^5 \times (4 \times 10^{-3})^2 \times 2.4 \times 10^{-10}}{7 \times 10^{-6} (7 \times 10^{-6} + 1.9 \times 10^{-3} \times 1.8 \times 10^4 \times 0.14 \times 2.4 \times 10^{-10})} = \frac{4.3 \times 10^{-10}}{(7 \times 10^{-6})^2} = 9 \times 10 > 1$$

で、式(14)を満足させないので不安定となり、事実、鳴きは発生する。鳴きを起こさせないためには μ 、 k 、 h 、 I を小さく、 η を大きくする必要がある、 C_2 はほとんど無関係、 C_1 は正(すなわち、温度が上がると摩擦係数が減少する。)でありさえすればよいことになる。

む す び

自転車のバンドブレーキの鳴き現象に関してはほとんど研究がなされていないが、前述のような検討により、

- 1) 鳴き音の発生源は主としてブレーキバンドの振動である。
- 2) ブレーキバンドの振動はライニングとドラムの接触面の不特定点に生ずる摩擦力の変動に起因する自励振動である。

ことがわかった。この自励振動を発生させないためには、摩擦係数 μ 、半径方向ばね常数 k 、ライニング厚さ h 、バンドの等価慣性モーメント I (したがって、バンドの厚さ h_1) を小さく、ヒステリシス損失 η を大きくすることが有効と考えられる。実際にライニングを薄くしたり、ヒステリシス損失を大きくしたもので実験したところ、鳴きが発生しなかった。これら具体策については昭和53年度にさらに検討する。

なお、本研究の実験の多くは昭和52年度卒業研究担当者、市瀬和弘、芳直明の両君により熱心に行われたものであることを付記し、感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) 例えば、巨理厚：機械振動、丸善
- 2) 例えば、チモシェンコ：工業振動学、東京図書
- 3) 例えば、妹沢克惟：振動学、国際理工研究社
- 4) P. R. Basford & S. B. Twiss: Properties of Friction Materials (I-Experiments on Variables Affecting Noise II-Theory of Vibration in Brakes) : Trans. of the ASME Vol. 80 (1958)
- 5) R. T. Spurr: A Theory of Brake Squeal Proc. Instn. Mech. Engrs. (A. D.) No. 1, 1961-62
- 6) 池村澄男、近森順：ブレーキの鳴きについて自動車技術、Vol. 24, No. 3, 1970
- 7) 深谷敏夫、柳光一郎、松崎幹夫：ブレーキ鳴きの原因と防止策自動車技術、Vol. 31, No. 9, 1977